Pogramación Lineal

1) (Junio-00) Una empresa, especializada en la fabricación de mobiliario para casas de muñecas, produce cierto tipo de mesas y sillas que vende a 2000 pts y 3000 pts por unidad, respectivamente. Desea saber cuantas unidades de cada artículo debe fabricar diariamente un operario para maximizar los ingresos, teniéndose las siguientes restricciones:

El número total de unidades de los dos tipos no podrá exceder de 4 por día y operario.

Cada mesa requiere 2 horas para su fabricación; cada silla, 3 horas. La jornada laboral máxima es de 10 horas.

El material utilizado en cada mesa cuesta 400 pts. El utilizado en cada silla cuesta 200 pts. Cada operario dispone de 1200 pts diarias para material.

a) Exprésense la función objetivo y las restricciones del problema.
b) Represéntese gráficamente la región factible y calcúlense los vértices de la misma.
c) Razónese si con estas restricciones un operario puede fabricar diariamente una mesa y una silla, y si esto le conviene a la empresa.
d) Resuélvase el problema.

(Sol: 2 sillas y 2 mesas)

2) (Sept-00) Una empresa que sirve comidas preparadas tiene que diseñar un menú utilizando dos ingredientes. El ingrediente A contiene 35 g de grasas y 150 kilocalorías por cada 100 g de ingrediente, mientras que el ingrediente B contiene 15 g de grasas y 100 Kilocalorías por cada 100 g. El coste es de 150 pts por cada 100 g del ingrediente A y de 200 pts por cada 100 g del ingrediente B.

El menú a diseñar debería contener no más de 30 g de grasas y al menos 110 Kilocalorías por cada 100 g de alimento. Se pide determinar las proporciones de cada ingrediente a emplear en el menú de manera que su coste sea lo más reducido posible.

a) Indíquese la expresión de las restricciones y la función objetivo del problema.
b) Represéntese gráficamente la región delimitada por las restricciones.
c) Calcúlese el porcentaje óptimo de cada ingrediente a incluir en el menú.

(Sol: 20% de A , 80% de B)

3) (Junio-01) En un depósito se almacenan bidones de petróleo y de gasolina. Para atender la demanda se han de tener almacenados un mínimo de 10 bidones de petróleo y 20 de gasolina. Siempre debe haber más bidones de gasolina que de petróleo, siendo la capacidad del depósito de 200 bidones. Por razones comerciales, deben mantenerse en inventario al menos 50 bidones. El gasto de almacenaje de un bidón de petróleo es de 20 pesetas

y el de uno de gasolina es de 30 pesetas. Se desea saber cuántos bidones de cada clase han de almacenarse para que el gasto de almacenaje sea mínimo.

a) Exprésense la función objetivo y las restricciones del problema.
b) Represéntese gráficamente la región factible y calcúlense los vértices de la misma.
c) Resuélvase el problema.

(Sol: 25 bidones de petróleo y 26 de gasolina)

4) (Junio-02) Un proyecto de asfaltado puede llevarse a cabo por dos grupos diferentes de empresa: G1 y G2. Se trata de asfaltar tres zonas: A, B y C. En una semana, el grupo G1 es capaz de asfaltar 3 unidades en la zona A, 2 en la zona B y 2 en la zona C. El grupo G2 es capaz de asfaltar semanalmente 2 unidades en la zona A, 3 en la zona B y 2 en la C. El coste mensual se estima en 3300 euros para G1 y 3500 euros para G2. Se necesita asfaltar un mínimo de 6 unidades en la zona A, 12 en la zona B y 10 en la zona C. ¿Cuántas semanas deberá trabajar cada grupo para finalizar el proyecto con el mínimo coste?

(Sol: 3 de G1 y 2 de G2)

5) (Sept-02) Determinar los valores máximo y mínimo de la función $z = 3x + 4y$ sujeta a las restricciones:

$$\begin{aligned} &3x + y \geq 3 \\ &x + y \leq 5 \\ &x \geq -2 \\ &y \leq 10 \\ &y \geq 0 \end{aligned}$$

(Sol: Max (-1,6) ; Min (1,3))

6) (Junio-03) Un vendedor quiere dar salida a 400 kg de garbanzos, 300 kg de lentejas y 250 kg de judías. Para ello hace dos tipos de paquetes. Los de tipo A contienen 2 kg de garbanzos, 2 kg de lentejas y 1 kg de judías y los de tipo B contienen 3 kg de garbanzos, 1 kg de lentejas y 2 kg de judías. El precio de venta de cada paquete es de 25 euros para los de tipo A y de 35 euros para los de tipo B. ¿Cuántos paquetes de cada tipo debe vender para obtener el máximo beneficio y a cuánto asciende éste?

(Sol: 125 de A, 50 de B ; 4875 €)

7) (Sept-03) Determinar los valores máximo y mínimo de la función $z = 5x + 3y$ sujeta a las restricciones:

$$\begin{aligned} &3x + y \geq 4 \\ &x + y \leq 6 \\ &0 \leq y \leq 5 \\ &x \leq 5 \end{aligned}$$

(Sol: 125 de A, 50 de B ; 4875 €)

8) (Junio-04) Un producto se compone de la mezcla de otros dos A y B. Se tienen 500 kg de A y 500 kg de B. En la mezcla , el peso de B debe ser menor o igual que 1,5 veces el de A. Para satisfacer la demanda, la producción debe ser mayor o igual que 600 kg. Sabiendo que cada kg de A cuesta 5 euros y cada kg de B cuesta 4 euros, calcular los kg de A y B que deben emplearse para hacer una mezcla de coste mínimo, que cumpla los requisitos anteriores. Obtener dicho coste mínimo.

(Sol: 240 de A, 360 de B ; 4500 €)

9) (Sept-04) Un establecimiento de prendas deportivas tiene almacenados 1600 bañadores, 1000 gafas de baño y 800 gorros de baño. Se quiere incentivar la compra de estos productos mediante la oferta de dos tipos de lotes: el lote A, que produce un beneficio de 8 euros, formado por un bañador, un gorro y unas gafas, y el lote B que produce un beneficio de 10 euros y está formado por dos bañadores y unas gafas. Sabiendo que la publicidad de esta oferta tendrá un coste de 1.500 euros a deducir de los beneficios, se pide calcular el número de lotes A y B que harán máximo el beneficio y a cuánto asciende éste.

(Sol: 400 de A, 600 de B ; 7700 €)

10) (Junio-05) Un mayorista vende productos congelados que presenta en envases de dos tamaños: pequeño y grande. La capacidad de sus congeladores no le permite almacenar mas de 1000 envases en total. En función de la demanda sabe que debe mantener un stock mínimo de 100 envases pequeños y 200 envases grandes. La demanda de envases grandes es igual o superior a la de envases pequeños. El coste por almacenaje es de 10 céntimos de euro para cada envase pequeño y de 20 céntimos de euro para cada envase grande. ¿Qué cantidad de cada tipo de envases proporciona el mínimo gasto de almacenaje?. Obtener dicho mínimo.

(Sol: 200 grandes, 100 pequeños)

11) (Sept-05) En una empresa de alimentación se dispone de 24 kg de harina de trigo y 15 de harina de maíz, que se utilizan para obtener dos tipos de preparados: A y B. La ración del preparado A contiene 200 gr. de harina de trigo y 300 gr. de harina de maíz, con 600 cal. de valor energético. La ración de B contiene 200 gr. de harina de trigo y 100 gr. de harina de maíz, con 400 cal. de valor energético. ¿Cuántas raciones de cada tipo hay que preparar para obtener el máximo rendimiento energético total? Obtener el rendimiento máximo.

(Sol: 15 de A, 105 de B; 51000 calorías)

12) (Junio-06) Una papelería quiere liquidar hasta 78 kg de papel reciclado y hasta 138 kg de papel normal. Para ello hace dos tipos de lotes, A y B. Los lotes A está formados por 1 kg de papel reciclado y 3 kg de papel normal y los lotes B por 2 kg de papel de cada clase. El precio de venta de cada lote A es de 0,9 euros y el de cada lote B es de 1 euro. ¿Cuántos lotes A y B debe vender para maximizar sus ingresos? ¿A cuánto ascienden estos ingresos máximos?

(Sol: 30 de A y 24 de B ; 51 €)

13) (Sept-06) Una empresa fabrica láminas de aluminio de dos grosores, finas y gruesas, y dispone cada mes de 400 kg de aluminio y 450 horas de trabajo para fabricarlas. Cada m^2 de lámina fina necesita 5 kg de aluminio y 10 horas de trabajo, y deja una ganancia de 45 euros. Cada m^2 de lámina gruesa necesita 20 kg y 15 horas de trabajo, y deja una ganancia de 80 euros. ¿Cuántos m^2 de cada tipo de lámina debe fabricar la empresa al mes para que la ganancia sea máxima, y a cuánto asciende ésta?

(Sol: 24 m^2 fina y 14 m^2 gruesa; 2200 €)

14) (Junio-07) Una empresa de instalaciones dispone de 195 kg de cobre, 20 kg de titanio y 14 kg de aluminio. Para fabricar 100 metros de cable de tipo A se necesitan 10 kg de cobre, 2 de titanio y 1 de aluminio, mientras que para fabricar 100 metros de cable de tipo B se necesitan 15 kg de cobre, 1 de titanio y 1 de aluminio. El beneficio que se obtiene por 100 m de cable de tipo A es de 1500 euros, y por 100 m de cable de tipo B, 1000 euros.

Calcular los metros de cable de cada tipo que hay que fabricar para maximizar el beneficio de la empresa. Obtener dicho beneficio máximo.

(Sol: 600 m de A y 800 m de B; 17000 €)

15) (Sept-07) Una aerolínea quiere optimizar el número de filas de clase preferente y de clase turista en un avión. La longitud útil del avión para instalar las filas de asientos es de 104 m, necesitándose 2 m para instalar una fila de clase preferente y 1,5 m para las de clase turista. La aerolínea precisa instalar al menos 3 filas de clase preferente y que las filas de clase turista sean como mínimo el triple que las de clase preferente. Los beneficios por fila de clase turista son de 152 euros y de 206 euros para la clase preferente.

¿Cuántas filas de clase preferente y cuántas de clase turista se deben instalar para obtener el beneficio máximo? Indicar dicho beneficio.

(Sol: 16 de preferente y 48 de turista; 10592 €)

16) (Junio-08) Un distribuidor de aceite de oliva compra la materia prima a dos almazaras A y B. Las almazaras A y B venden el aceite a 2000 y 3000 euros por tonelada, respectivamente. Cada almazara le vende un mínimo de 2 toneladas y un máximo de 7 y para atender a su demanda, el distribuidor debe comprar en total un mínimo de 6 toneladas. El distribuidor debe comprar como máximo a la almazara A el doble de aceite que a la almazara B. ¿Qué cantidad de aceite debe comprar el distribuidor a cada una de las almazaras para obtener el mínimo coste? Determínese dicho coste mínimo.

(Sol: 4 Tm de A y 2 Tm de B; 14000 €)

17) (Sept-08) Se desea invertir una cantidad de dinero menor o igual que 125000 euros, distribuidos entre acciones del tipo A y del tipo B. Las acciones del tipo A garantizan una ganancia del 10% anual, siendo obligatorio

invertir en ellas un mínimo de 30000 euros y un máximo de 81000 euros. Las acciones del tipo B garantizan una ganancia del 5% anual, siendo obligatorio invertir en ellas un mínimo de 25000 euros. La cantidad invertida en acciones del tipo B no puede superar el triple de la cantidad invertida en acciones del tipo A. ¿Cuál debe ser la distribución de la inversión para maximizar la ganancia anual? Determínese dicha ganancia máxima.

(Sol: 81000 acciones A y 44000 tipo B; 10300 €)

18) (Junio-09) Una refinería utiliza dos tipos de petróleo, A y B, que compra a un precio de 350 euros y 400 euros por tonelada, respectivamente. Por cada tonelada de petróleo de tipo A que refina, obtiene 0,10 toneladas de gasolina y 0,35 toneladas de fuel-oil. Por cada tonelada de petróleo de tipo B que refina, obtiene 0,05 toneladas de gasolina y 0,55 toneladas de fuel-oil. Para cubrir sus necesidades necesita obtener al menos 10 toneladas de gasolina y al menos 50 toneladas de fuel-oil. Por cuestiones de capacidad, no puede comprar mas de 100 toneladas de cada tipo de petróleo. ¿Cuántas toneladas de petróleo de cada tipo debe comprar la refinería para cubrir sus necesidades al mínimo coste? Determinar dicho coste mínimo.

(Sol: 80 Tm de tipo A y 40 tipo B ; 44000 €)

19) (Sept-09) Una carpintería vende paneles de contrachapado de dos tipos A y B. Cada m^2 de panel del tipo A requiere 0,3 horas de trabajo para su fabricación y 0,2 horas para su barnizado, proporcionando su venta un beneficio de 4 euros. Cada m^2 de panel del tipo B requiere 0,2 horas de trabajo para su fabricación y 0,2 horas para su barnizado, proporcionando su venta un beneficio de 3 euros. Sabiendo que en una semana se trabaja un máximo de 240 horas en el taller de fabricación y de 200 horas en el taller de barnizado, calcular los m^2 de cada tipo de panel que debe vender semanalmente la carpintería para obtener el máximo beneficio. Calcular dicho beneficio máximo.

(Sol: 400 m^2 tipo A 600 m^2 tipo B; 3400 €)

20) (Junio-10-Fase General) Se considera la función $f(x,y) = -0{,}4x + 3{,}2y$

sujeta a las restricciones $\begin{cases} x + y \leq 7 \\ x + 4y \geq 4 \\ x + 5 \geq y \\ 0 \leq x \leq 5,\ y \geq 0 \end{cases}$

a) Represéntese la región S del plano determinada por el conjunto de restricciones.
b) Calcúlense los puntos de la región S donde la función *f* alcanza sus valores máximo y mínimo.
c) Calcúlense dichos valores máximo y mínimo.

(Sol: b) (1,6) Max, (5,0) Min ; c) 18.8, -2 min)

21) (Junio-10-Fase Específica) Un club de fútbol dispone de un máximo de 2 millones de euros para fichajes de futbolistas españoles y extranjeros. Se estima que el importe total de las camisetas vendidas por el club con el

nombre de futbolistas españoles es igual al 10% de la cantidad total invertida por el club en fichajes españoles, mientras que el importe total de las camisetas vendidas con el nombre de futbolistas extranjeros es igual al 15% de la cantidad total invertida por el club en fichajes de extranjeros. Los estatutos del club limitan a un máximo de 800.000 euros la inversión total en fichajes extranjeros y exigen que la cantidad total invertida en fichajes de futbolistas españoles sea como mínimo de 500.000 euros. Además, la cantidad total invertida en fichajes de españoles ha de ser mayor o igual que la invertida en fichajes extranjeros. ¿Qué cantidad debe invertir el club en cada tipo de fichajes para que el importe de camisetas vendidas sea máximo? Calcúlese dicho importe. Justifíquese.

(Sol: 1.200.000 € españoles, 800.000 € extranjeros, 270.000 € beneficio)

22) (Sept-10-Fase General) Un pintor necesita pintura para pintar como mínimo una superficie de 480 m^2. Puede comprar la pintura a dos proveedores A y B. El proveedor A le ofrece una pintura con un rendimiento de 6m^2 por kg y un precio de 1 euro por kg. La pintura del proveedor B tiene un precio de 1,2 euros por kg y un rendimiento de 8m^2 por kg. Ningún proveedor le puede proporcionar más de 75 kg de pintura y el presupuesto máximo del pintor es de 120 euros. Calcúlese la cantidad de pintura que el pintor tiene que comprar a cada proveedor para obtener el mínimo coste. Calcúlese dicho coste mínimo.

(Sol: 0 Kg de A , 60 Kg de B ; 72 € coste mínimo)

23) (Sept-10-Fase Específica) Un grupo inversor de un máximo de 9 millones de euros para invertir en dos tipos de fondos de inversión, A y B. El fondo de inversión del tipo A tiene una rentabilidad del 4% anual y una limitación legal de 5 millones de euros de inversión máxima. El fondo de inversión del tipo B tiene una rentabilidad del 3% anual, deben invertirse al menos 2 millones de euros y no hay límite superior de inversión. El grupo inversor debe invertir en el fondo del tipo B, como máximo, el doble de lo invertido en el fondo del tipo A. ¿Qué cantidad debe invertir el grupo en cada tipo de fondo para obtener el máximo beneficio anual? Calcúlese dicho beneficio máximo.

(Sol: 5 millones de A , 4 millones de B ; 320.000 € beneficio máximo)

24) (Sept-11) Se considera la región S acortada plana definida por las cinco condiciones siguientes:

$$x+2y\le 4 \quad ; \quad x-2y\le 4 \quad ; \quad 2x-3y\ge -6 \quad ; \quad 2x+3y\ge -6 \quad ; \quad x\le 2$$

a) Dibújese S y calcúlense las coordenadas de sus vértices

b) Calcúlense los valores máximo y mínimo de la función $f(x,y)=2x+y$ en la región S y especifíquense los puntos de S en los cuales se alcanzan dichos valore máximo y mínimo

(Sol: a) Vértices (-3,0) , (0,2) , (0,-2) , (2,1) , (2,-1) ; b) Max (2,1) , Min (0,-2) ; -6 min ; 5 max)

25) (Sept-12) Un pintor dispone de dos tipos de pintura para realizar su trabajo. El primer tipo de pintura tiene un rendimiento de 3m^2 por litro, con un coste de 1€ por litro. El segundo tipo de pintura tiene un rendimiento de

$4m^2$ por litro, con un coste de 1,2 € por litro. Con ambos tipos de pintura se puede pintar a un ritmo de 1 litro cada 10 minutos. El pintor dispone de un presupuesto de 480 € y no puede pintar durante más de 75 horas. Además, debe utilizar al menos 120 litros de cada tipo de pintura.

Determínese la cantidad de pintura que debe utilizar de cada tipo si su objetivo es pintar la máxima superficie posible. Indíquese cuál es esa superficie máxima.

(Sol: 120 litros de A , 300 litros de B ; 1560 m^2 superficie máxima)

26) (Junio-13) Se desea maximizar la función $f(x,y)=64{,}8x+75{,}6y$ sujeta a las restricciones:

$$6x+5y\le 700 \quad ; \quad 2x+3y\le 300 \quad ; \quad x\ge 0 \quad ; \quad y\ge 0$$

a) Represéntese la región de soluciones factibles y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Determínese el valor máximo de f sobre la región, indicando el punto donde se alcanza dicho máximo.

(Sol: a) Vértices (0,0) , (0,100) , (75,50) , (116.6,0) ; b) Max en (75,50) , Valor máximo 8685)

27) (Sept-13) Sea C la región del plano delimitada por el sistema de inecuaciones

$$\begin{cases} x+3y\ge 3 \\ 2x-y\le 4 \\ 2x+y\le 24 \\ x\ge 0,\ y\ge 0 \end{cases}$$

a) Represéntese la región C y calcúlense las coordenadas de los vértices.

b) Determínese el punto de C donde la función $f(x,y)=3x+y$ alcanza su valor máximo. Calcúlese dicho valor.

(Sol: a) Vértices (0,1) , (15/7,2/7) , (7,10) , (0,24) ; b) Max en (7,10) , Valor máximo 31)

28) (Junio-14) Se consideran la función $f(x,y)=5x-2y$ y la región del plano S definida por el siguiente conjunto de restricciones: $x-2y\le 0 \quad ; \quad x+y\le 6 \quad ; \quad x\ge 0 \quad ; \quad y\le 3$

a) Represéntese la región S.

b) Calcúlense las coordenadas de los vértices de la región S y obténgase los valores máximo y mínimo de la función f en S indicando los puntos donde se alcanzan.

(Sol: a) Vértices (0,0) , (4,2) , (3,3) , (0,3) ; b) Max 16 en (4,2) , Mínimo -6 en (0,3))

29) (Sept-14) Sea S la región del plano definida por:

$$y\ge 2x-4 \quad ; \quad y\le x-1 \quad ; \quad 2y\ge x \quad ; \quad x\ge 0 \quad ; \quad y\ge 0$$

a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Obténganse los valore máximo y mínimo de la función $f(x,y)=x-3y$ en S indicando los puntos de S en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

(Sol: a) Vértices (3,2) , (8/3,4/3) , (2,1) ; b) Max -1 en (2,1) , Mínimo -3 en (3,2))